

## ЭЛЕКТРОННЫЕ, ДЫРОЧНЫЕ И ЭКСИТОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В КРЕМНИЕВЫХ КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ, ПОМЕЩЕННЫХ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ СРЕДУ ОКСИДА КРЕМНИЯ

**Калина ИСАКОВА**

*НИЛ физики и инженерии наноматериалов и синергетики им. Е.П. Покатилова*

În ultimii câțiva ani o atenție sporită se acordă studiului proprietăților fizice ale structurilor semiconductoare cu dimensiuni reduse datorită perspectivelor de utilizare a lor în diverse domenii. În prezenta lucrare se cercetează proprietățile excitonice ale punctelor cuantice din siliciu, amplasate într-un mediu dielectric. În cadrul aproximației masei efective au fost calculate nivelele energetice electronice și de gol utilizând teoria nevariațională. Rezultatele obținute se află într-un acord bun ce datele experimentale.

In the latest years increased attention is paid to the study of physical properties of the semiconductor structures with reduced dimensions due to the perspectives of their utilization in various domains. In this paper there is investigated the excitonic properties of the quantum points of siliceous, place it in a dielectric medium. In the framework of the approximation of the effective mass there have been calculated, using the non-variation theory, the energetic electronic and void levels of theory. The obtained results are in accordance with the experimental data.

### Введение

В последние годы исследованию физических свойств наноразмерных полупроводниковых структур уделяется большое внимание [1-3]. Характерной их чертой является конфаймент, вызывающий квантование энергетического спектра носителей заряда и фононов [3-8]. Влияние конфаймента увеличивается с уменьшением размеров наноструктуры.

Кремний, будучи вторым по распространенности элементом на земле и обладая отличными механическими и электронными свойствами, с появлением микроэлектроники стал основным материалом в индустрии полупроводников и, похоже, останется им в обозримом будущем. Кремниевые нанокристаллы [квантовые точки (КТ)] обладают большим потенциалом для их использования в оптоэлектронных (например, в качестве светодиодов, одноэлектронных транзисторов, устройств памяти) и фотонных устройствах в качестве источников энергии, а также в биомедицине для фотосенсибилизации синглетного кислорода [9]. Информация об оптических и электронных свойствах кремниевых нанокристаллов является необходимой для изготовления устройств на их основе.

Мы исследовали электронные, дырочные и экситонные состояния в кремниевых квантовых точках, помещенных в диэлектрическую среду оксида кремния. Энергетические спектры носителей заряда рассчитывались в рамках приближения эффективной массы. Для улучшения точности расчета энергетического спектра дырки нами был использован трехзонный гамильтониан Барта [10]. Для расчета уровней экситона была развита невариационная теория, учитывающая перемешивание состояний электрона и дырки.

### Электронные и дырочные состояния в квантовой точке Si/SiO<sub>2</sub>

Уравнения Шредингера для расчета электронного и дырочного спектра имеют вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{m_x(x, y, z)} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{m_y(x, y, z)} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m_z(x, y, z)} \frac{\partial}{\partial z} \right) \Psi_n(x, y, z) + V_{SA} = E_n \Psi_n(x, y, z), \quad (1)$$

$$\hat{H}_h \bar{\Psi}_h^{n_h} = E_h^{n_h} \bar{\Psi}_h^{n_h}, \quad \bar{\Psi}_h^{n_h} = (\Psi_1^{n_h}, \Psi_2^{n_h}, \Psi_3^{n_h}),$$

$$\hat{H}_h = \begin{pmatrix} \kappa_x \beta_l \kappa_x + \kappa_x^+ \beta_h \kappa_x^+ & 3(\kappa_x \gamma_3^+ \kappa_y + \kappa_y \gamma_3^- \kappa_x) & 3(\kappa_x \gamma_3^+ \kappa_z + \kappa_z \gamma_3^- \kappa_x) \\ 3(\kappa_x \gamma_3^- \kappa_y + \kappa_y \gamma_3^+ \kappa_x) & \kappa_y \beta_l \kappa_y + \kappa_y^+ \beta_h \kappa_y^+ & 3(\kappa_y \gamma_3^+ \kappa_z + \kappa_z \gamma_3^- \kappa_y) \\ 3(\kappa_x \gamma_3^- \kappa_z + \kappa_z \gamma_3^+ \kappa_x) & 3(\kappa_y \gamma_3^- \kappa_z + \kappa_z \gamma_3^+ \kappa_y) & \kappa_z \beta_l \kappa_z + \kappa_z^+ \beta_h \kappa_z^+ \end{pmatrix} + V_b^h(x, y, z) + V_{SA}, \quad (2)$$

где  $\Psi_n(x, y, z)$  и  $E_n$  – волновая функция и энергия n-ного состояния электрона, соответственно;  $m_i (i = x, y, z)$  – эффективная масса электрона;  $\hbar$  – постоянная Планка;  $\bar{\Psi}_h^{n_k}$  – волновая функция дырки;  $\Psi_i^{n_k} (i = x, y, z)$  – компоненты волновой функции дырок,  $V_{SA}$  – энергия самовоздействия;  $\kappa_i^{\pm} = \kappa - \kappa_i^{\pm}$ , ( $i = x, y, z$ ),  $\kappa = -i\nabla$  – оператор импульса;  $\beta_l = \gamma_1 + 4\gamma_2$ ,  $\beta_h = \gamma_1 - 2\gamma_2$ ,  $\gamma_3^+ = (2\gamma_2 + 6\gamma_3 - \gamma_1 - 1)/3$ ,  $\gamma_3^- = (-2\gamma_2 + \gamma_1 + 1)/3$  – параметры, выражаемые через параметры Латтинджера  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ . Энергия самовоздействия  $V_{SA}$  определяется по следующей формуле:

$$V_{SA}(\vec{r}) = -\frac{1}{2} \lim_{\vec{r} \rightarrow \vec{r}_e} \left( V_{Coulomb}(\vec{r} - \vec{r}_e) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_e|} \right), \quad (3)$$

где  $\epsilon = \epsilon(Si)$  – диэлектрическая проницаемость внутри квантовой точки,  $\epsilon = \epsilon(SiO_2)$  – диэлектрическая проницаемость вне квантовой точки. Использование трехзонного гамильтониана Барта для дырок (2) позволило учесть перемешивание тяжелых, легких и „спин-офф дырок” [10, 11].

Уравнения (1) и (2) решены численно методом конечных разностей. Собственные векторы и собственные значения матрицы находили по методу Дэвидсона-Льюи [12].

На рисунке 1 представлена схема рассматриваемой структуры. Радиус структуры обозначен через  $r$ , общая длина структуры  $L = 2r + 2l$ ,  $l$  – минимальная толщина оксида кремния, достаточная для плавного затухания волновой функции, установленной эмпирически и равной 2 нм.

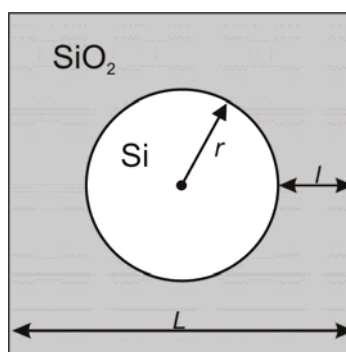


Рис.1. Схематическое изображение исследуемой квантовой точки.

Эффективная масса электрона в кремнии имеет три компоненты: две продольные  $m_l$  и одну поперечную  $m_t$ . Оси системы координат были выбраны сонаправленными главным осям эллипсоида эффективной массы  $m_x = m_z = m_l$ ,  $m_y = m_t$ .

При расчете были использованы следующие материальные параметры электрона и дырки: для диэлектрической среды  $m_x = m_y = m_z = m_0$  (где  $m_0$  – масса свободного электрона), а в Si квантовой точке  $m_x = m_z = m_l = 0.19m_0$ ,  $m_y = m_t = 0.98m_0$  [10]; параметры Латтинджера: внутри квантовой точки –  $\gamma_1(Si) = 4.22$ ,  $\gamma_2(Si) = 0.53$ ,  $\gamma_3(Si) = 1.38$ , в диэлектрической матрице –  $\gamma_1(SiO_2) = 0.2$ ;  $\gamma_2(SiO_2) = 0.0$ ;  $\gamma_3(SiO_2) = 0.0$ .

В реальных структурах материальные параметры (эффективная масса, диэлектрическая проницаемость и т.п.) при переходе из квантовой точки в среду меняются плавно благодаря образованию некоторого переходного слоя со смешанными свойствами. Ввиду того, что параметры на границе материалов меняются не скачкообразно, все материальные параметры структуры в точке разбиения  $(i, j, k)$  были получены в результате усреднения их значения по некоторому объему  $V$  с центром в  $(i, j, k)$ . Для этого нами был выбран следующий способ описания параметра на границе: для точки с координатами  $(i, j, k)$  выбирается «кубик» со стороной  $a$ , так, чтобы точка  $(i, j, k)$  находилась в его центре (см. рис.2). Для повышения точности «кубик» разбивают с более мелким шагом  $d_2$ , чем шаг основной сетки  $d_1$ . Для всех точек разбиения «кубика», принадлежащих КТ, материальный параметр соответствует кремнию, для остальных он совпадает с материальным параметром диэлектрической среды  $\text{SiO}_2$ . Материальный параметр в точке  $(i, j, k)$  определяют по формуле:

$$\bar{g} = \int_{\Delta V} g(\vec{r}) dV \cdot \frac{1}{\Delta V}, \quad (4)$$

где  $g(r)$  – значение параметра в точке с радиусом-вектором  $r$ ,  $\Delta V$  – объем «кубика»,  $\bar{g}$  – среднее значение параметра.

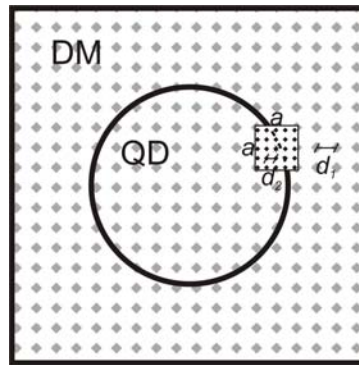


Рис. 2. Вспомогательная схема к методу усреднения эффективной массы на границе материалов.

Преимуществом данного метода описания плавного перехода материальных параметров (в нашем случае – эффективной массы) одного материала к другому на границе материалов является возможность его использования для квантовых точек любых форм. Точность метода зависит от шага разбиения кубика  $d_2$ .

На рисунке 3 представлены волновые функции электрона (левая панель) и компоненты волновой функции дырки (правая панель) вдоль оси X. Волновая функция дырки имеет три компоненты, т.к. для расчета нами для нахождения энергетических спектров был выбран трехзонный гамильтониан.

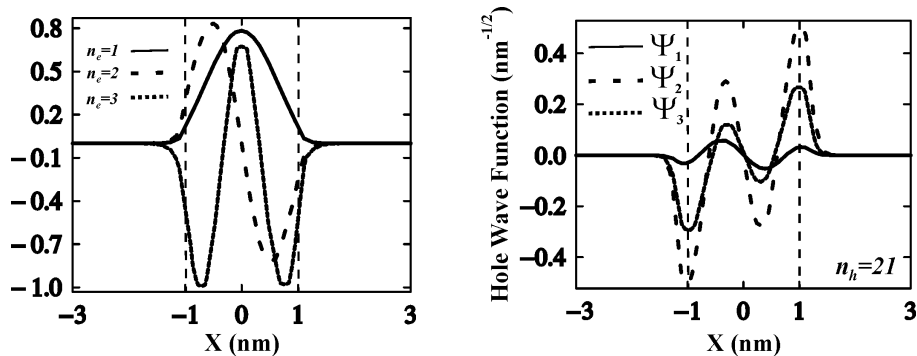
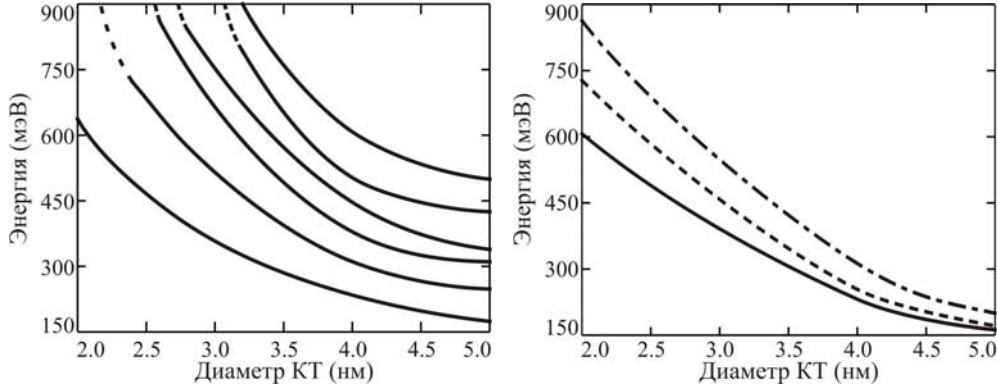


Рис. 3. Левая панель – электронные волновые функции трех нижайших уровней; правая панель – волновые функции трёхзонной дырки для 21-го энергетического уровня.

На рисунке 4 показаны энергетические спектры носителей заряда: правая панель – первые семь уровней электрона (четвертый и пятый уровни являются вырожденными благодаря сферической симметрии системы); левая панель – первые девять уровней энергии дырки. Все состояния являются трехкратно вырожденными – эффективные массы дырки одинаковы по всем направлениям, КТ сферически симметричны. Как видно из графиков, расстояние между уровнями энергий уменьшается с ростом размеров КТ. Это связано с уменьшением влияния размерного квантования. Пунктирные линии на рисунке 4(а) говорят о том, что соответствующий энергетический уровень лежит выше барьера для данного размера КТ.



**Рис. 4.** Левая панель – спектр первых семи (уровни 4 и 5 и 6 и 7 двухкратно вырождены) электронных уровней энергии в зависимости от размера КТ; правая панель – спектр первых девяти дырочных уровней энергии в зависимости от размера КТ (присутствует трёхкратное вырождение уровней).

#### Экситонные состояния в квантовой точке Si/SiO<sub>2</sub>

Экситонный гамильтониан имеет вид:

$$H_{exc}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = H_e^{SA}(\vec{r}_e) + H_h^{SA}(\vec{r}_h) + V_{Coulomb}(|\vec{r}_e - \vec{r}_h|), \quad (5)$$

где электронные  $H_e(\vec{r}_e)$  и дырочные  $H_h(\vec{r}_h)$  гамильтонианы определяются уравнениями (1) и (2),  $V_{Coulomb}$  – потенциал кулоновского взаимодействия.

Найдём экситонную функцию в виде разложения по базису из размерно-квантованных электронных и дырочных функций, являющихся собственными функциями уравнений 1 и 2 (количество функций в базисе будет  $n_e^{\max} \times n_h^{\max}$ ):

$$\Phi_{exc}^n(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = \sum_{i=1}^{n_e^{\max}} \sum_{j=1}^{n_h^{\max}} C_{i,j}^n \Psi_e^i(\vec{r}_e) \phi_h^j(\vec{r}_h). \quad (6)$$

Матрируя уравнение (5) на волновых функциях (6), получим систему линейных однородных уравнений для нахождения  $C_{i,j}^n$ .

$$\begin{aligned} & \Phi_{exc}^{n'}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) H_{exc}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) \Phi_{exc}^n(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = \\ & \sum_{i_1=1}^{n_e^{\max}} \sum_{j_1=1}^{n_h^{\max}} C_{i_1,j_1}^{n'} \Psi_e^{i_1}(\vec{r}_e) \phi_{h_1}^{j_1}(\vec{r}_h) \left\{ H_e(\vec{r}_e) + H_h(\vec{r}_h) + V_{Coulomb}(|\vec{r}_e - \vec{r}_h|) \right\} \sum_{i=1}^{n_e^{\max}} \sum_{j=1}^{n_h^{\max}} C_{i,j}^n \Psi_e^i(\vec{r}_e) \phi_h^j(\vec{r}_h) = \\ & \sum_{i_1=1}^{n_e^{\max}} \sum_{j_1=1}^{n_h^{\max}} \sum_{i=1}^{n_e^{\max}} \sum_{j=1}^{n_h^{\max}} \left( C_{i_1,j_1}^{n'} C_{i,j}^n \left\{ E_e^i \delta_{i_1}^{i_1} \delta_{j_1}^{j_1} + E_h^j \delta_{i_1}^{i_1} \delta_{j_1}^{j_1} + \int \Psi_e^{i_1}(\vec{r}_e) \phi_{h_1}^{j_1}(\vec{r}_h) V_{Coulomb}(|\vec{r}_e - \vec{r}_h|) \Psi_e^i(\vec{r}_e) \phi_h^j(\vec{r}_h) d\vec{r}_e d\vec{r}_h \right\} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Пусть

$$A_{i,j}^{i_1,j_1} = \int \Psi_e^{i_1}(\vec{r}_e) \phi_{h_1}^{j_1}(\vec{r}_h) V_{Coulomb}(|\vec{r}_e - \vec{r}_h|) \Psi_e^i(\vec{r}_e) \phi_h^j(\vec{r}_h) d\vec{r}_e d\vec{r}_h, \quad (8)$$

тогда система линейных однородных уравнений примет вид:

$$\sum_{i_1}^{n_e^{\max}} \sum_{j_1}^{n_h^{\max}} \sum_i^{n_e^{\max}} \sum_j^{n_h^{\max}} \left( C_{i_1, j_1}^{n'} C_{i, j}^n \left\{ E_e^i \delta_i^{i_1} \delta_j^{j_1} + E_h^j \delta_i^{i_1} \delta_j^{j_1} + A_{i, j}^{i_1, j_1} \right\} \right) = \sum_{i_1}^{n_e^{\max}} \sum_{j_1}^{n_h^{\max}} \sum_i^{n_e^{\max}} \sum_j^{n_h^{\max}} \left( C_{i_1, j_1}^{n'} C_{i, j}^n \delta_i^{i_1} \delta_j^{j_1} \delta_n^{n'} E_{exn}^n \right). \quad (9)$$

Раскроем суммы, учитывая символы Кронекера:

$$\sum_{i_1}^{n_e^{\max}} \sum_{j_1}^{n_h^{\max}} \sum_i^{n_e^{\max}} \sum_j^{n_h^{\max}} \left( C_{i_1, j_1}^{n'} C_{i, j}^n \left\{ E_e^i \delta_i^{i_1} \delta_j^{j_1} + E_h^j \delta_i^{i_1} \delta_j^{j_1} + A_{i, j}^{i_1, j_1} \right\} \right) = \sum_{i_1}^{n_e^{\max}} \sum_{j_1}^{n_h^{\max}} \sum_i^{n_e^{\max}} \sum_j^{n_h^{\max}} \left( C_{i_1, j_1}^{n'} C_{i, j}^n \delta_i^{i_1} \delta_j^{j_1} E_{exn}^n \right). \quad (10)$$

Если перейти к экситонному номеру состояний  $n$ , который объединяет пары  $i$  и  $j$  ( $n = 1, 2, \dots, N_{\max}$ ,  $N_{\max} = n_e^{\max} n_h^{\max}$ ), получим:

$$\sum_{n_1=1}^{N_{\max}} \sum_{n=1}^{N_{\max}} \left( C_{n_1} C_n \left\{ E_e^i \delta_n^{n_1} + E_h^j \delta_n^{n_1} + A_n^{n_1} \right\} \right) = E_{exn}^n \sum_{n_1=1}^{N_{\max}} \sum_{n=1}^{N_{\max}} \left( C_{n_1} C_n \delta_n^{n_1} \right), \quad (11)$$

где  $n$  подразумевает пару индексов  $(i, j)$ , а  $n_1$  подразумевает пару индексов  $(i_1, j_1)$ ,  $A_n^{n_1} = A_{i_1, j_1}^{i, j}$ ,  $\delta_n^{n_1} = \delta_i^{i_1} \delta_j^{j_1}$ .

Преобразуем последнее уравнение к виду:

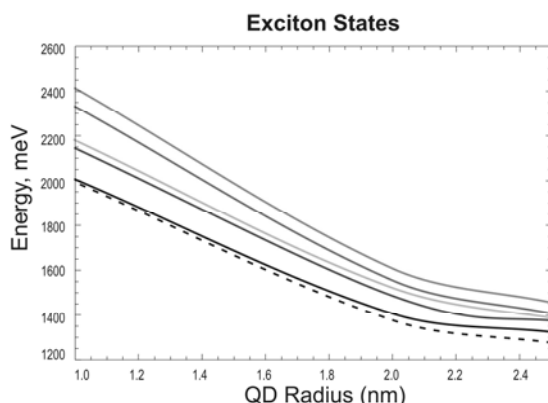
$$\sum_{n_1=1}^{N_{\max}} C_{n_1} \sum_{n=1}^{N_{\max}} C_n \left\{ E_e^i \delta_n^{n_1} + E_h^j \delta_n^{n_1} + A_n^{n_1} \right\} = \sum_{n_1=1}^{N_{\max}} C_{n_1} \sum_{n=1}^{N_{\max}} E_{exn}^n C_n \delta_n^{n_1}. \quad (12)$$

Из него следует, что для фиксированного значения  $n$ , пробегающего значения от 1 до  $N_{\max}$ , должно выполняться уравнение:

$$\sum_{n_1=1}^{N_{\max}} \left\{ E_e^i \delta_n^{n_1} + E_h^j \delta_n^{n_1} + A_n^{n_1} \right\} C_{n_1} = E_{exn}^n C_n. \quad (13)$$

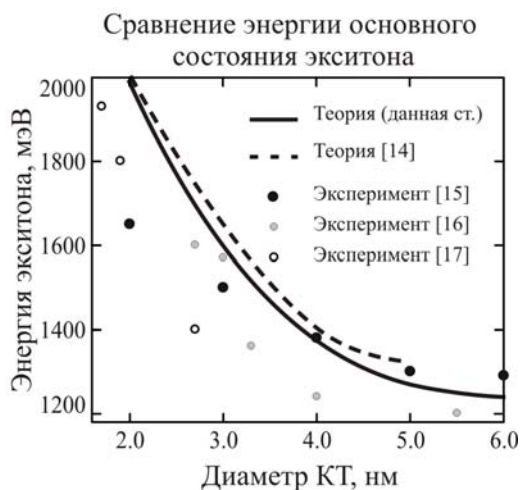
Таким образом, мы получили стандартную задачу линейной алгебры  $M\vec{x} = E\vec{x}$ , где в качестве  $E$  – энергия экситона, в качестве  $\vec{x}$  – вектор из неизвестных коэффициентов разложения  $C_n : (C_1, C_2, \dots, C_{N_{\max}})$ . Элементы матрицы  $M$  имеют вид:  $M_{n, n_1} = E_e^i \delta_n^{n_1} + E_h^j \delta_n^{n_1} + A_n^{n_1}$ , где  $i$  и  $j$  находятся по  $n$ . Для расчета интеграла по кулоновскому потенциалу с 4-мя волновыми функциями  $A_n^{n_1} = A_{i, j}^{i_1, j_1} = \int \Psi_e^i(\vec{r}_e) \phi_h^{j_1}(\vec{r}_h) V_{Coulomb}(|\vec{r}_e - \vec{r}_h|) \Psi_e^i(\vec{r}_e) \phi_h^j(\vec{r}_h) d\vec{r}_e d\vec{r}_h$ , кулоновская энергия сначала была проматрирована на электронных волновых функциях и были найдены функции  $R_i^i(\vec{r}_h) = \int \Psi_e^i(\vec{r}_e) V_{Coulomb}(|\vec{r}_e - \vec{r}_h|) \Psi_e^i(\vec{r}_e) d\vec{r}_e$ . Затем были вычислены искомые элементы матрицы  $A_n^{n_1}$  по формуле  $A_{i, j}^{i_1, j_1} = \int \phi_h^{j_1}(\vec{r}_h) R_i^i(\vec{r}_h) \phi_h^j(\vec{r}_h) d\vec{r}_h$ .

На рисунке 4 представлена энергия экситона в зависимости от размеров квантовой точки. Пунктиром обозначена энергия первого экситонного уровня, подсчитанная по теории возмущений на базе основных размерно-квантованных состояний электрона и дырки без учета «перемешивания» их возбужденных состояний. Как видно из рис.4, энергия основного состояния экситона, подсчитанная только по основным уровням электрона и дырки, лежит ниже, чем подсчитанная с учетом более высоких энергетических состояний носителей заряда. Разница между энергиями основного состояния увеличивается с возрастанием размеров КТ. Это связано с тем, что энергетическое расстояние между возбужденными состояниями электронов и дырок уменьшается с увеличением размеров КТ и вследствие этого возрастает их влияние на основное состояние экситона.



**Рис. 4.** Энергия экситона в КТ в зависимости от ее размера. Сплошные линии – энергии, подсчитанные с учетом «перемешивания» электронных и дырочных уровней, пунктирная линия – без «перемешивания».

На рисунке 5 представлено сравнение экситонной энергии, подсчитанной нами теоретически, с имеющимися в литературе экспериментальными и теоретическими результатами. Из рис.5 видно, что теоретические кривые [полученная в представленной работе (сплошная линия) и в работе [14] (пунктирная линия)] расположены выше экспериментальных точек в области диаметров КТ менее 3 нм, но достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными для КТ больших диаметров. Предположительно, это связано, с неточностью определения размеров квантовых точек в эксперименте для  $d < 3$  нм и вероятной дисперсией размеров квантовых точек в эксперименте, которая особенно сильна для КТ малых радиусов [13].



**Рис. 5.** Зависимость экситонной энергии от размеров КТ. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными.

### Выводы

Нами были получены спектры носителей заряда и экситонов в рамках приближения эффективной массы для кремниевых квантовых точек, помещенных в диэлектрическую среду из оксида кремния, с учетом конечности высоты потенциального барьера на границе квантования точка/среда и разницы в эффективных массах электрона и параметрах Латтинджера. Для расчета энергетического спектра дырки был использован трехзонный гамильтониан Барта, который позволил при расчете экситонных состояний учесть «перемешивание» трех типов дырок в кремнии. Экситонные энергии, полученные на базе развитой невариационной модели, хорошо согласуются с экспериментальными данными для квантовых точек диаметром более 3 нм. Полученные теоретические результаты будут полезными при разработке оптических усилителей и частотных преобразователей на основе кремниевых квантовых точек.

**Литература:**

1. Kahill D.G., Ford W.K., Goodson K.E., Mahan G.D., Majumdar A., Maris H.J., Merlin R., Phillport S. P. Nanoscale thermal transport // J. Appl. Phys., 2003, vol.93, p.793.
2. Shakouri A. Nanoscale thermal transport and microrefrigerators on a chip // Proc. IEEE, 2006, vol.94, p.1613.
3. Balandin A.A., Pokatilov E.P., Nika D.L. Phonon engineering in hetero- and nanostructures // J. Nanoelectron. Optoelectron., 2007, vol.2, p.140
4. Balandin A.A. Thermal properties of graphene and nanostructured carbon materials // Nature Materials, 2011, vol.10, p.569.
5. Nika D.L., Pokatilov E.P., Shao Q., Balandin A.A. Charge-carrier states and light absorption in ordered quantum dot superlattices // Phys. Rev. B, 2007, vol.76, p.125417.
6. Nika D.L., Pokatilov E.P., Balandin A.A. Phonon-engineered mobility enhancement in the acoustically mismatched silicon/diamond transistor channels // Appl. Phys. Lett., 2008, vol.93, p.173111.
7. Pokatilov E.P., Nika D.L., Balandin A.A. Acoustic-phonon propagation in rectangular semiconductor nanowires with elastically dissimilar barriers // Phys. Rev. B, 2005, vol.72, p.113311.
8. Balandin A.A. Nanophonics: Phonon engineering in nanostructures and nanodevices // J. Nanoscience and Nanotechnology, 2005, vol.5, p.7.
9. Fujii M., Kovalev D., Goller B., Minobe S., Hayashi S., Timoshenko V.Yu. Time-resolved photoluminescence studies of the energy transfer from excitons confined in Si nanocrystals to oxygen molecules // Phys. Rev. B, 2005, vol.72, p.165321.
10. Pokatilov E.P., Fonoberov V.A., Fomin V.M., Devreese J.T. Development of an eight-band theory for quantum dot heterostructures // Phys. Rev. B, 2001, vol.64, p.245328.
11. Pokatilov E.P., Nika D.L., Fomin V.M., Devreese J.T. Excitons in wurtzite AlGaIn/GaN quantum-well heterostructures // Phys. Rev. B, 2008, vol.77, p.125328.
12. Davidson E.R. Monster matrices: their eigenvalues and eigenvectors // Computer in physics, Sep/Oct 1993, vol.7, no.5, p.519-522.
13. Zhigunov D.M., Seminogov V.N., Timoshenko V.Yu., Sokolov V.I., Glebov V.N., Malyutin, A.M., Maslova N.E., Shalygina, O. A.; Dyakov, S. A., Akhmanov A. S., Panchenko V.Ya., Kashkarov P.K. Effect of thermal annealing on structure and photoluminescence properties of silicon-rich silicon oxides // Physica E, 2009, vol.41, Issue 6, p.1006-1009.
14. Moskalenko A.S., Berakardar J., Prokofiev A. A., Yassievich I. N. Single-particle states in spherical Si/SiO<sub>2</sub> quantum dots // Phys. Rev. B, 2007, vol.76, p.085427.
15. Timoshenko V.Yu., Lisachenko M.G., Kamenev B.V., Shalygina O.A., Kashkarov P.K. Highly efficient sensitizing of erbium ion luminescence in size-controlled nanocrystalline Si/SiO<sub>2</sub> superlattice structures // Appl. Phys. Lett., 2004, vol.84, p.2512.
16. Watanabe K., Fuji M., Hayashi S. Resonant excitation of Er<sup>3+</sup> by the energy transfer from Si nanocrystals // J. Appl. Phys., 2001, vol.90, p.4761.
17. Guha S., Qadri B., Musket R.G., Wall M.A., Shimizu-Iwayama T. Characterization of Si nanocrystals grown by annealing SiO<sub>2</sub> films with uniform concentrations of implanted Si // J. Appl. Phys., 2000, vol.88, p.3954.

*Автор выражает благодарность Академии наук Молдовы за финансирование проведенных исследований в рамках институционального проекта 11.817.05.10F.*

*Prezentat la 09.11.2011*